MAGAZINE D'ENTRAINMENT
Nombres complexes (1)

EXERCICE N° 1 | 10' | 4 point

Soit le nombre complexe $a = \dfrac{5+3i\sqrt{3}}{2(1-2i\sqrt{3})}$

1. Ecrire a sous la forme algébrique.
2. Vérifier que $a^2 = \overline{a}$. En déduire a^3 et montrer que $1 + a + a^2 = 0$.
3. Dans le plan complexe muni d'un repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on donne les points $A_1; A_2$ et A_3 d'affixes respectifs : 1 ; a et a^2. Montrer que le triangle $A_1A_2A_3$ est équilatéral.

EXERCICE N° 2 | 10' | 4 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé ,on considère les points A, B, C et I d'affixes respectives : $-2i; 1+i; 4+2i$ et 2.

1. (a) Placer les points A, B, C et I.
   (b) Vérifier que I est le milieu de $[AC]$.
2. (a) Calculer les affixes u et u' des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et BC .
   (b) Montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle de sommet principal B.
3. Soit D le symétrique de B par rapport au point I.
   (a) Déterminer l'affixe du point D.
   (b) Montrer que $ABCD$ est un losange.

EXERCICE N° 3 | 15' | 4 point

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives : 1 et $-i$. Soit f l'application de $P \setminus \{A\}$ qui à tout point M d'affixe z' associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{1-z}{1-iz}$.

1. Déterminer l'ensemble E_1 des points M pour que z' soit réel.
2. Déterminer l'ensemble $E2$ des points M pour que $|z'| = 1$.
3. (a) Montrer que pour tout z on a : $z' + i = \dfrac{-1+i}{z+i}$
   (b) En déduire que : $BM.BM' = \sqrt{2}$
   (c) Montrer que si M appartient au cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$ alors le point M' appartient à un cercle que l'on déterminera.

☎ : 23390248 - 29862267

Tous droits réservées ©TakiAcademy.com

EXERCICE N° 4 | 15' | 4 point

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé , on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives 1, $-3i$ et i. A tout point M d'affixe z ($z \neq -3i$), associe le point M' d'affixe z' tel que $:z' = \dfrac{z-1}{3-iz}$

1. (a) Vérifier que, pour tout $z \neq -3i, z' = \dfrac{i(z-1)}{z+3i}$

   (b) Déterminer l'ensemble des points M tel que $|z'| = 1$

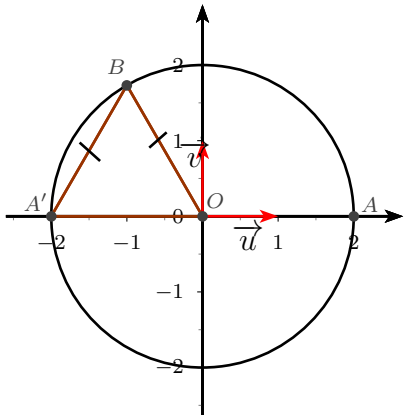
2. Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel.

3. (a) Vérifier que, pour tout $z \neq -3i$, $|z'-i||z+3i| = \sqrt{10}$

   (b) En déduire que si M appartient au cercle de centre B et de rayon 1 alors M' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE N° 5 | 20' | 5 point

Dans la figure ci-contre $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$est un repère orthonormé direct du plan.
Γ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est un point d'affixe z_B.



1. Déterminer par une lecture graphique le module et un argument de z_B . En déduire que$z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

2. (a) Placer sur la figure le point C d'affixe $z_C = 1 + i\sqrt{3}$

   (b) Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.

3. On se propose de déterminer l'ensemble E, des points M d'affixe z tels que z^3 soit un réel positif ou nul

   (a) Vérifier que les points O, A et B appartiennent à E.

   (b) Prouver que tout point M de la demi-droite $[OB)$ appartient à E

   (c) Soit z un nombre complexe non nul de module r et d'argument . Montrer que z^3 est un réel positif si et seulement si $\theta = \dfrac{2k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$

   (d) En déduire que E est la réunion de trois demi-droites que l'on déterminera. Représenter E sur la figure.

☎ : 23390248 - 29862267
Tous droits réservées ©TakiAcademy.com